

Universidad de Costa Rica
EC3201 - Teoría Macroeconómica 2
II Semestre 2017

Quiz 6: Valoración de activos

Randall Romero Aguilar

30 de noviembre de 2017

Este quiz debe ser resuelto en casa. Debe presentarlo durante la clase del **viernes 1 de diciembre de 2017**

1. En la economía hay $N + 1$ activos, los cuales en el período t pagan dividendos y_{it} y luego se transan al precio P_{it} (después de pagar dividendos), donde $i \in \{0, 1, \dots, N\}$ es uno de los activos. Asuma que los dividendos son aleatorios, y que varían en el tiempo como un proceso de Markov.

Un consumidor con horizonte infinito desea maximizar el valor esperado presente descontado de utilidad:

$$\mathbb{E}[U(c_0, c_1, \dots) | z_0] = \mathbb{E}\left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) | z_0\right]$$

donde c_t es el consumo del período t , $0 < \beta < 1$ representa un factor de descuento, y z_t representa un vector de información para predecir los dividendos de cada activo, que sigue una cadena de Markov:

$$F_t(z_{t+1}) = F(z_{t+1} | z_t).$$

Al inicio del período 0, el consumidor con horizonte infinito tiene una dotación de S_{i0} acciones del activo i , con $i \in \{0, 1, \dots, N\}$, los cuales tienen un valor de mercado

$$a_t \equiv \sum_{i=0}^N (y_{it} + P_{it}) s_{it}$$

El problema del consumidor consiste en escoger su nivel de consumo y tenencias de activos, dada su restricción presupuestaria, de manera tal que maximice su utilidad esperada, es decir:

$$\max_{c_t, s_{0:N,t}} \mathbb{E}\left[\sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} u(c_s) | z_t\right] \quad \text{subject to} \quad c_t + \sum_{i=0}^N P_{it} s_{it+1} \leq a_t$$

- (a) (15 points) Tal como está descrito, el problema del consumidor es recursivo, y por lo tanto puede resolverse por programación dinámica. Escriba la ecuación de Bellman correspondiente a este problema (7 pts.), **sin sustituir aún la restricción presupuestaria**. Indique explícitamente (2 pts cada uno):

- la(s) variable(s) de estado
- la(s) variable(s) de control

- la función de transición
- la función de valor

(b) (15 points) La ecuación de Euler de este problema es

$$P_{it}u'(c_t) = \beta \mathbb{E}[u'(c_{t+1})(y_{i,t+1} + P_{i,t+1}) | z_t] \quad \forall i, t$$

Suponga que las preferencias del consumidor son neutrales al riesgo. Demuestre (10pts) que en tal caso el precio del activo i en el período 0 es

$$P_{i0} = \mathbb{E}_0 \left[\sum_{s=1}^{\infty} \beta^s y_{is} \right]$$

Interprete (5ptos) este resultado.